



Theoretische Stolpersteine bei etablierten Methoden der Unternehmensbewertung

**Forschungsseminar der
Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der
Friedrich-Schiller-Universität Jena**

4. Juli 2006

Prof. Dr. Peter Reichling
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg



- ① **Einführung**
- ② **Zeithorizonteffekte**
- ③ **Negative erwartete Cash-flows**
- ④ **Sicherheitsäquivalente**
- ⑤ **Kreditrisiko**
- ⑥ **Zusammenfassung**

1 Einführung



Die finanzwirtschaftliche Unternehmensbewertung überträgt die Kapitalwertmethode auf risikobehaftete Zahlungsströme. Die zentrale Eigenschaft des Kapitalwertes lautet bei Sicherheit:

Der Kapitalwert gibt den maximal möglichen zusätzlichen Konsum bei Durchführung der Investition im Entscheidungszeitpunkt an.

Diese Eigenschaft beruht auf der Annahme eines **vollkommenen** Kapitalmarktes und entspricht der Duplikationsidee:

Der Kapitalwert kann neben der Anschaffungsauszahlung durch eine Kreditaufnahme realisiert werden, wobei die Investitionsrückflüsse genau die Bedienung des aufgenommenen Kredits gewährleisten.

1 Einführung



Unter Risiko wäre nicht nur die Bestimmung eines Fair-Value zu fordern, sondern auch die Angabe der zugehörigen Duplikationsstrategie. Der errechnete Wert sollte als Preis einer entsprechenden Transaktion realisierbar sein. Dies erfordert i.A. einen **vollständigen** Kapitalmarkt. Der Preis des zu bewertenden Zahlungsstroms entspricht dann dem Preis des Duplikationsportfolios.

Bei nicht-börsennotierten Unternehmen tauchen Zahlungsströme auf, die nicht am Kapitalmarkt repliziert werden können. Man behilft sich dann, indem für die Renditeforderungen der Kapitalgeber ein (Gleichgewichts-) Modell für Alternativinvestments unterstellt (z.B. CAPM) oder auf präferenzabhängige Ansätze zurückgegriffen wird.



- ① **Einführung**
- ② **Zeithorizonteffekte**
- ③ **Negative erwartete Cash-flows**
- ④ **Sicherheitsäquivalente**
- ⑤ **Kreditrisiko**
- ⑥ **Zusammenfassung**

2 Zeithorizonteffekte



Wir betrachten einen Zahlungsstrom (C_1, C_2, \dots) mit identischem Erwartungswert $E(C)$ und identischem Risiko. Hierfür sei die konstante Risikoprämie RP_C angemessen. Es herrsche eine flache Zinsstruktur mit Zinssatz r . Dann lautet der Wert von C_1 zum Zeitpunkt 0:

$$KW_{t=0}(C_1) = \frac{E(C)}{1+r+RP_C}$$

Folglich lautet der Wert von C_2 zum Zeitpunkt 1 ebenfalls:

$$KW_{t=1}(C_2) = \frac{E(C)}{1+r+RP_C}$$

Damit beträgt der Wert von C_2 zum Zeitpunkt 0:

$$KW_{t=0}(C_2) = \frac{E(C)}{(1+r) \cdot (1+r+RP_C)}$$

2 Zeithorizonteffekte



Der Wert des Zahlungsstroms (C_1, C_2, \dots) beträgt also:

$$KW_{t=0}(C_1, C_2, \dots) = \sum_t \frac{E(C)}{(1+r)^{t-1} \cdot (1+r+RP_C)}$$

Liegt hingegen ein Zahlungsstrom vor, bei dem die Varianz der Cash-flows mit dem Zeithorizont wächst, ist die Risikoprämie als Aufschlag im Kalkulationszinssatz in jeder Periode zu berücksichtigen.



- ① **Einführung**
- ② **Zeithorizonteffekte**
- ③ **Negative erwartete Cash-flows**
- ④ **Sicherheitsäquivalente**
- ⑤ **Kreditrisiko**
- ⑥ **Zusammenfassung**



Probleme der Risikozuschlagsmethode

- Für $E(C)=0$ wird der Wert trotz Unsicherheit immer Null, nicht aber negativ. Ein Wert dieses Cash-flows von Null resultiert also nur bei $E(C)=0$.
- Bei kleinem erwarteten Cash-flow und großem Risiko kann der Wert trotz Risikoaversion nicht negativ werden, solange eine positive Risikoprämie im Diskontierungszinssatz verwendet wird.

3 Negative erwartete Cash-flows



In Anwendungen dient zur Bestimmung des risikoadäquaten Diskontierungszinssatzes das CAPM

(hier: → nur eine Periode

→ keine Kapitalstruktureffekte)

$$\underbrace{\frac{E(R_C)}{E(C) - C_0}}_{C_0} = r_f + \beta_C (E(R_M) - r_f)$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{E(C)}{1 + r_f + \beta_C (E(R_M) - r_f)}$$

Mit der Verwendung diskret berechneter Renditen ist damit die CAPM-Grundformel zur Bewertung ausgeschlossen, wenn ein Wert von Null resultieren würde.

3 Negative erwartete Cash-flows



Eine Umformung ergibt (vgl. schon Fama 1977):

$$\beta_C = \frac{\text{Cov}(R_C, R_M)}{\sigma_M^2} = \frac{\text{Cov}\left(\frac{C - C_0}{C_0}, R_M\right)}{\sigma_M^2} = \frac{1}{C_0} \frac{\text{Cov}(C, R_M)}{\sigma_M^2}$$

$$\Rightarrow E(R_C) = \frac{E(C)}{C_0} - 1 = r_f + \frac{1}{C_0} \frac{\text{Cov}(C, R_M)}{\sigma_M^2} (E(R_M) - r_f)$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{E(C) - \text{Cov}(C, R_M) \lambda}{1 + r_f} \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M^2}$$

3 Negative erwartete Cash-flows



In Anwendungen wird $\text{Cov}(C, R_M)$ bisweilen mit $\text{Cov}(R_C, R_M)$ verwechselt. Ein Beispiel:

	C	R_M	r_f
C_0 $\begin{matrix} \nearrow \frac{1}{2} \\ \searrow \frac{1}{2} \end{matrix}$	11.000	20 %	5 %
	-10.000	0 %	

$$E(R_M) = 10\%; \quad \sigma_M^2 = 0,01; \quad \text{Cov}(C, R_M) = 1.050$$

$$\Rightarrow P_0 = \frac{500 - \frac{0,05}{0,01} \times 1.050}{1,05} = -4.523,81$$

3 Negative erwartete Cash-flows



	C	R_C
$-4.523,81$	$\begin{matrix} \nearrow \frac{1}{2} \\ \searrow \frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 11.000 \\ -343,16 \% \\ -10.000 \\ 121,05 \% \end{matrix}$

$$\Rightarrow \beta_C = \frac{\text{Cov}(R_C, R_M)}{\sigma_M^2} = -\frac{0,2321}{0,01} = -23,21$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{500}{1 + 5\% - 23,21 \times (10\% - 5\%)} = -4.523,81$$

Das Problem der Risikozuschlagsmethode stellt sich bei negativem Wert also als Problem der diskreten Renditeberechnung heraus.



- ① **Einführung**
- ② **Zeithorizonteffekte**
- ③ **Negative erwartete Cash-flows**
- ④ **Sicherheitsäquivalente**
- ⑤ **Kreditrisiko**
- ⑥ **Zusammenfassung**

4 Sicherheitsäquivalente



Wir beschränken uns auf die HARA-Klasse von Risikonutzenfunktionen. Hierfür gilt:

$$-\frac{u''(x)}{u'(x)} = \frac{1}{\alpha + \beta x}$$

Die Lösungen dieser Differenzialgleichung haben die Gestalt einer Exponential-, Potenz- oder Logarithmusfunktion. Das schließt die Fälle konstanter absoluter Risikoaversion (CARA) und konstanter relativer Risikoaversion (CRRA) ein.

Wir betrachten den Wert, den Investoren mit CARA bzw. CRRA einem riskanten Cash-flow C beimessen würden.

4 Sicherheitsäquivalente



Eine wichtige Forderung an das Bewertungskalkül lautet, daß der Unternehmenswert nicht deswegen höher oder niedriger ausfällt, weil sich der Investor (teilweise) verschuldet, um das Investment zu tätigen.

Für eine Konstante $I > 0$ erhalten wir bei CARA a :

$$\begin{aligned} \text{SÄ}_{\text{exp}}(C + I) &= -\frac{1}{a} \cdot \ln\left(-E\left(-e^{-a \cdot (C+I)}\right)\right) \\ &= I - \frac{1}{a} \cdot \ln\left(-E\left(-e^{-a \cdot C}\right)\right) = \text{SÄ}_{\text{exp}}(C) + I \end{aligned}$$

während bei CRRA gilt:

$$\begin{aligned} \text{RP}_{\text{pot}}(C + I) &< \text{RP}_{\text{pot}}(C) + I \\ \Rightarrow E(C + I) - \text{SÄ}_{\text{pot}}(C + I) &< E(C + I) - \text{SÄ}_{\text{pot}}(C) - I \\ \Rightarrow \text{SÄ}_{\text{pot}}(C + I) &> \text{SÄ}_{\text{pot}}(C) + I \end{aligned}$$

4 Sicherheitsäquivalente



In der Bewertungspraxis möchte man auch zu Ergebnissen kommen, die proportional zum zu erwerbenden Unternehmensanteil ausfallen.

Im Hinblick auf CRRA γ gilt für eine Konstante $k > 1$:

$$\text{SÄ}_{\text{pot}}(kC) = \left(\gamma E \left(\frac{1}{\gamma} (kC)^{1-\gamma} \right) \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = k \left(\gamma E \left(\frac{1}{\gamma} C^{1-\gamma} \right) \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = k \text{SÄ}_{\text{pot}}(C)$$

Wir erhalten hingegen bei CARA a :

$$\text{SÄ}_{\text{exp}}(kC) = -\frac{1}{a} \ln \left(-E \left(-e^{-akC} \right) \right) < -\frac{k}{a} \ln \left(-E \left(-e^{-aC} \right) \right) = k \text{SÄ}_{\text{exp}}(C)$$

4 Sicherheitsäquivalente



Für die Unternehmensbewertung ist zur finanzwirtschaftlichen Konsistenz **Wertadditivität** zu fordern.

Diese Forderung gilt auch für die Sicherheitsäquivalenzmethode und impliziert eine Multiplikativitäts- und eine Additivitätseigenschaft.

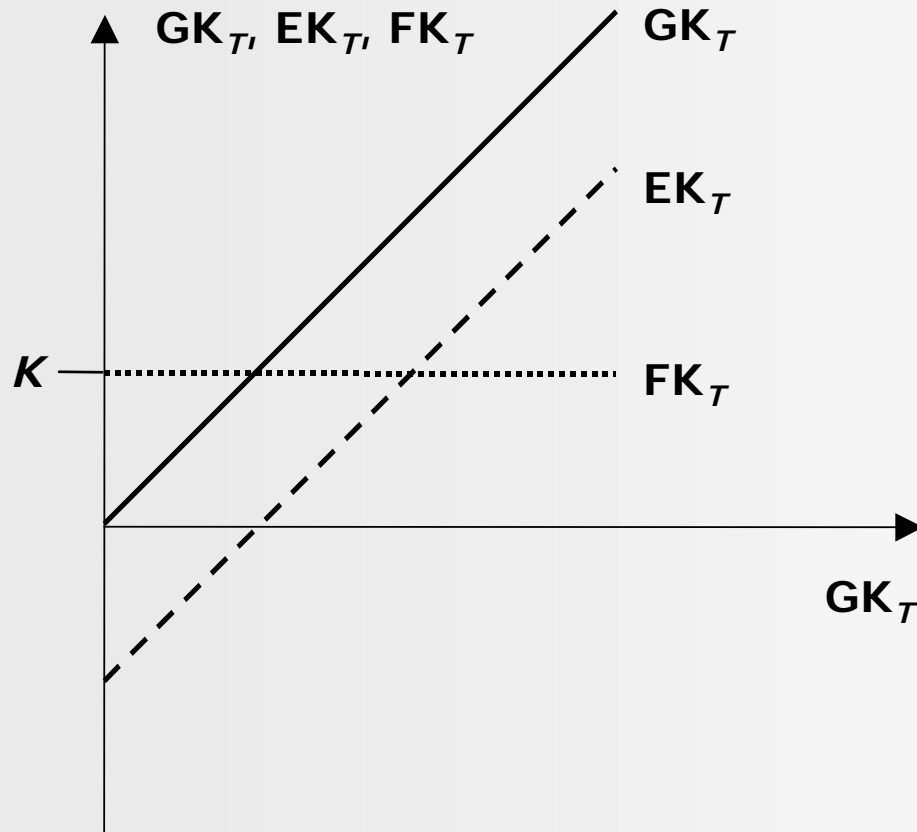
Beide Bedingungen implizieren sowohl CARA als auch CRRA.

Beides ist gleichzeitig nur möglich, wenn die Risikoaversion (unzulässigerweise) null beträgt, also **Risiko-neutralität** vorliegt (vgl. Kürsten 2002).



- ① **Einführung**
- ② **Zeithorizonteffekte**
- ③ **Negative erwartete Cash-flows**
- ④ **Sicherheitsäquivalente**
- ⑤ **Kreditrisiko**
- ⑥ **Zusammenfassung**

5 Kreditrisiko

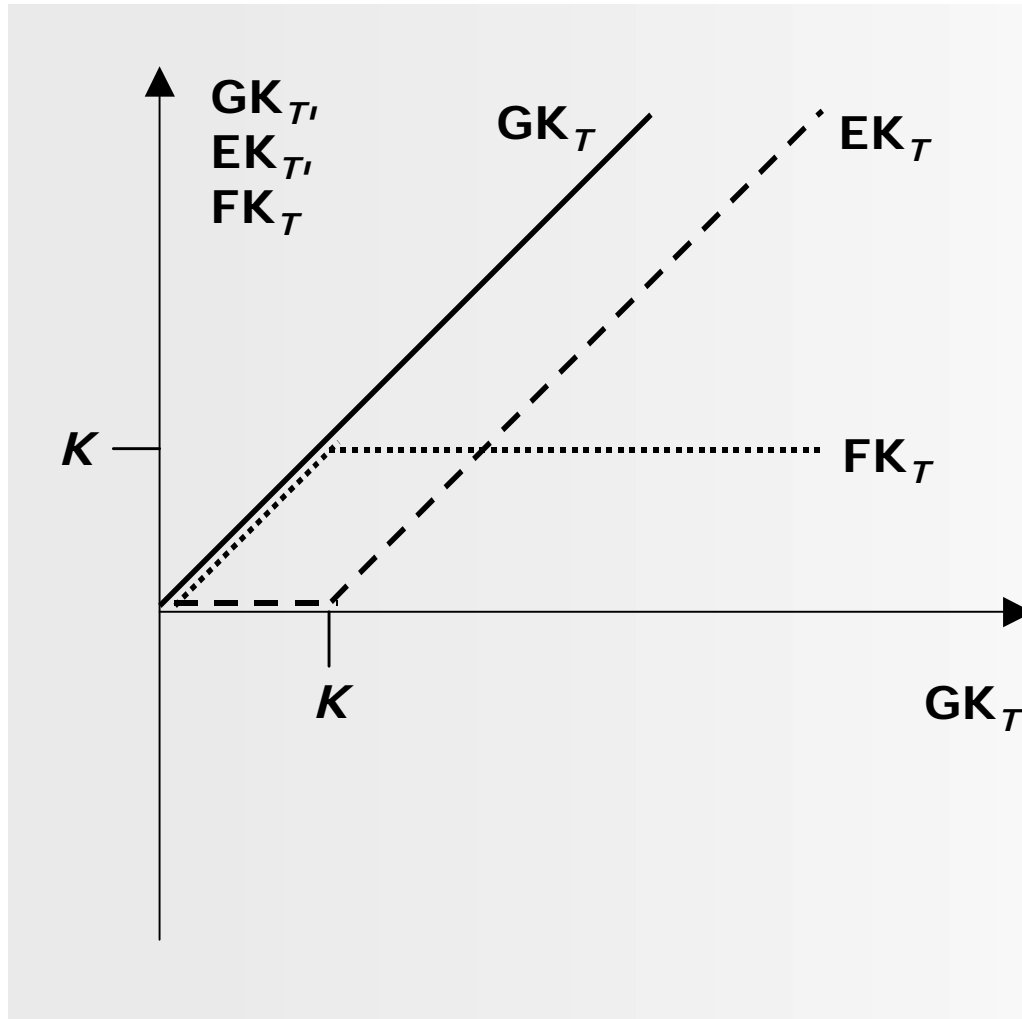


Die klassische Unternehmensbewertung ermittelt den Marktwert des Eigenkapitals als Differenz der Marktwerte von Gesamt- und Fremdkapital.

Ohne Insolvenzrisiko fordern die Fremdkapitalgeber eine Rendite in Höhe des risikolosen Zinssatzes.

Dies impliziert eine Nachschusspflicht im Überschuldungsfall und ist für Kapitalgesellschaften unrealistisch.

5 Kreditrisiko



Die Fremdkapitalgeber erhalten bei Überschuldung nur die Vergleichsquote.

Im Insolvenzfall übergeben die Anteilseigner das Unternehmen an die Fremdkapitalgeber.



Die Optionssichtweise entstammt dem Merton (1974)-Modell zur Kreditbewertung.

Dabei entspricht die Identität, dass sich das Unternehmensvermögen aus

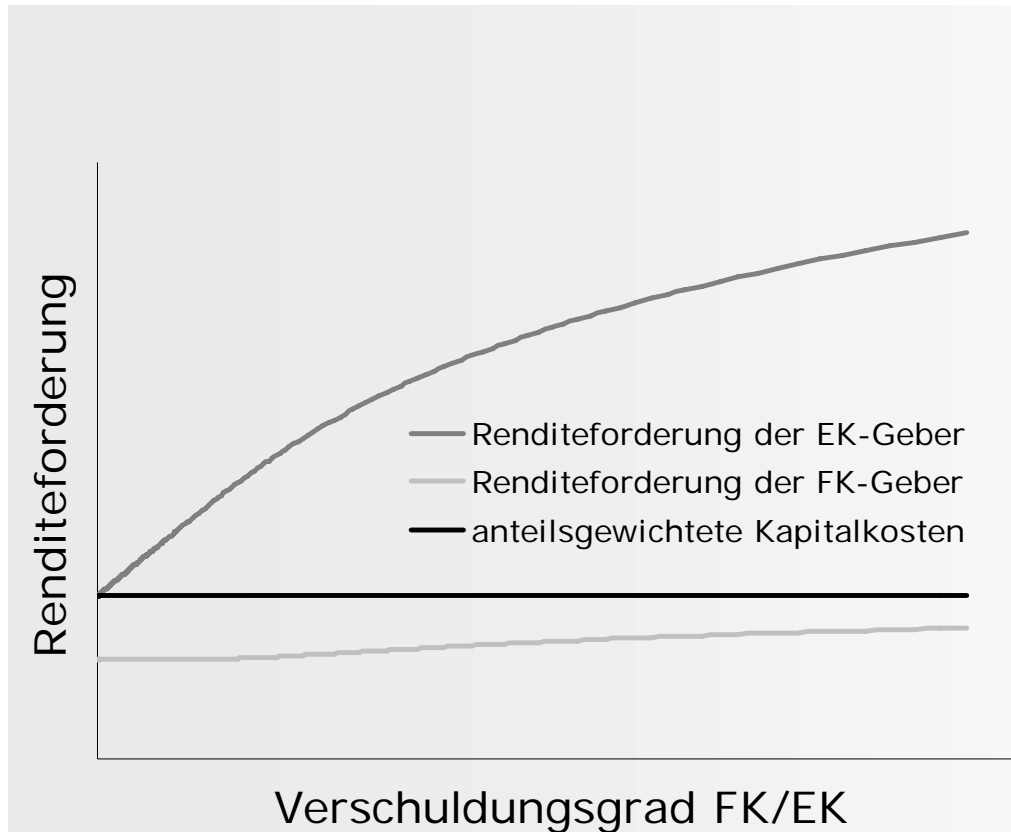
→ einem Call zuzüglich

→ einem bonitätsrisikofreien Bond abzüglich eines Puts

„zusammensetzt“, der **Put-Call-Parität**.

Diese Parität belegt, dass bei Ausfallrisiko das Modigliani-Miller-Theorem der Unabhängigkeit des Unternehmensgesamtwertes vom Verschuldungsgrad weiter gültig bleibt.

5 Kreditrisiko



Die Renditeforderung der Fremdkapitalgeber bleibt selbst bei schlechten Ratings unter den WACC, weil Gläubiger immer ein geringeres Risiko tragen als die Eigner eines ansonsten gleichem unverschuldeten Unternehmens.



- ① **Einführung**
- ② **Zeithorizonteffekte**
- ③ **Negative erwartete Cash-flows**
- ④ **Sicherheitsäquivalente**
- ⑤ **Kreditrisiko**
- ⑥ **Zusammenfassung**

6 Zusammenfassung



- Bei vom Zeithorizont unabhängigem Risiko aus zukünftigen Cash-flows ist die Risikoprämie nur in der letzten Periode im Kalkulationszinsfuß zu berücksichtigen.
- Negative erwartete Cash-flows können durch eine Umformung der CAPM-Gleichung bzw. mit Hilfe korrekt berechneter Betas bewertet werden.
- Die Unternehmensbewertung mit Sicherheitsäquivalenten ist bei Risikoaversion unzulässig, wenn man Wertadditivität fordert.
- Auch bei Kreditrisiko sind die WACC konstant und entsprechen der Renditeforderung für ein unverschuldetes Unternehmen.